

# Circuiti di accoppiamento tra stadi RF

di M. Michelini

## Accoppiamento a trasformatore a larga banda

Questo circuito viene usato quando occorre avere un isolamento tra generatore e carico, ad esempio tra uno stadio a transistori e l'altro; oppure all'ingresso di un ricevitore, o ancora, per avere un'inversione di fase tra ingresso e uscita, o se occorre riportare il valore della resistenza di carico moltiplicata per un certo fattore all'ingresso; ad esempio per avere il massimo trasferimento di potenza che, come è noto, si ha quando la resistenza del generatore e del carico sono uguali.

Consideriamo un immaginario amplificatore di potenza a transistori. Supponiamo che dai calcoli da noi effettuati risulti la necessità che, al fine di far lavorare l'amplificatore in condizioni di sicurezza, ad esempio con segnale amplificato di uscita che rimanga al di sotto delle massime tensioni o correnti di collettore, il carico debba essere una resistenza di  $500\ \Omega$ . Poniamo che il carico che abbiamo a disposizione valga  $50\ \Omega$ ; ciò che a noi occorre è un trasformatore come in figura 1 che trasformi questi  $50\ \Omega$ , applicati al suo secondario, in  $500\ \Omega$  se visti guardando «entro» il primario, cioè se misurati ai capi del primario (N.B. questo in AC, infatti, come noto, il trasformatore non passa la continua!). Ciò si ottiene, come vedremo, scegliendo opportunamente il rapporto di spire «n» tra primario e secondario. Quando si vuole capire un circuito reale, come può essere in questo caso il trasformatore, si cerca sempre di semplificare il problema con dei circuiti equivalenti, cioè che hanno il medesimo comportamento del reale se visti dall'ingresso o dall'uscita, e che risultano più semplici da trattare e calcolare. Lo schema completo di un circuito di accoppiamento con trasformatore reale è quello di figura 2 in cui compaiono il generatore di tensione, la sua resistenza interna  $R_s$ , le induttanze  $L_1$  e  $L_2$  dei due avvolgimenti e la mutua induttanza  $M = k \sqrt{L_1 L_2}$  ove  $k$  è il coefficiente di accoppiamento.

Il circuito equivalente più usato è quello di figura 3 in cui compare un trasformatore ideale che si differenzia dal reale per il fatto che primario e secondario non hanno induttanza ed è caratterizzato quindi dal solo rapporto di trasformazione «n», legato al trasformatore reale da  $n = k \sqrt{L_1/L_2}$  (trascuriamo le perdite nel nucleo che per buoni trasformatori sono piccole e la capacità tra le spire: ciò non modifica in modo apprezzabile i risultati che seguono).

Si vede facilmente che le cause che danno trasferimento nullo a frequenza zero e infinita, come nel trasformatore reale, sono qui rappresentate da due induttanze, una in serie,  $L_a$ , e l'altra,  $L_b$ , in parallelo al primario del trasformatore ideale: a frequenza zero  $L_b$  cortocircuita il primario, a frequenza infinita  $L_a$  presenta impedenza infinita e apre il circuito.  $r_1$  e  $r_2$  rappresentano le resistenze ohmi-

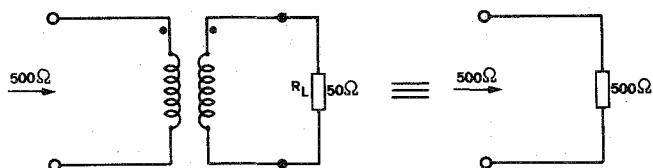


Fig. 1 - Trasformatore da  $500\ \Omega$  a  $50\ \Omega$ .

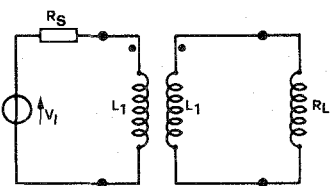


Fig. 2 - Circuito di accoppiamento a trasformatore reale.

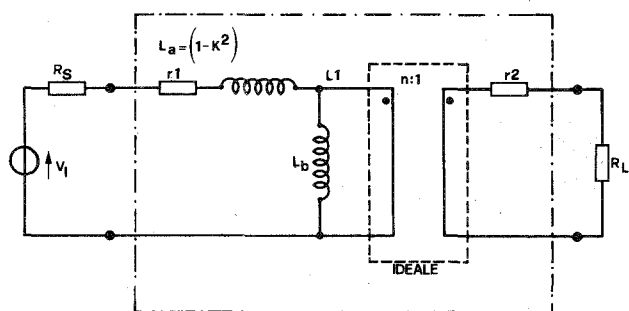


Fig. 3 - Circuito equivalente completo di un trasformatore.

che degli avvolgimenti. Da quanto detto prima, specie se  $k \approx 1$  ( $\approx$  significa «circa uguale»), cioè ad esempio se gli avvolgimenti sono sullo stesso nucleo, esiste una banda di frequenza nelle quali  $L_a$  si comporta come un corto circuito e  $L_b$  come un circuito aperto. In questa banda il circuito equivalente si semplifica come in figura 4 in cui si tiene conto solamente delle resistenze di perdita degli avvolgimenti. Nel caso poi, abbastanza comune, che si abbia  $r_1 \ll R_s$  ( $\ll$  significa «molto minore») e  $r_2 \ll R_L$ , allora si può dire che il trasformatore presenta al generatore una resistenza pari a  $n^2 R_L$ , come appare in figura 5 (il simbolo  $\equiv$  significa «equivale a»). Quindi per  $k \approx 1$  e  $L_1, L_2$  avvolti sullo stesso nucleo, si ha che  $n^2 \approx L_1/L_2 = N_1^2/N_2^2$  ove  $N_1$  e  $N_2$  sono il numero di spire di  $L_1$  e  $L_2$ .

Nel caso che si voglia il massimo trasferimento di potenza tra generatore e carico, come nel caso di amplificatori a RF, allora tenendo conto delle resistenze di perdita  $r_1$  e  $r_2$ , occorre fare

$$n = \sqrt{\frac{(R_s + r_1)}{(R_L + r_2)}}$$

Da quanto abbiamo detto finora, quindi, ci aspettiamo che la tensione di uscita  $V_o$  rispetto a quella di entrata  $V_i$ , cioè il rapporto  $V_o/V_i$  abbia un andamento con la frequenza come riportato in figura 6. Notiamo che l'asse delle frequenze viene diviso in tre parti: quella compresa tra  $f_L$  e  $f_H$  è quella ove vale il circuito equivalente di figura 4, al diffusore di  $f_L$  e  $f_H$ , è necessario utilizzare quello di figura 3.

C'è da dire però, che ciò che interessa sono i valori di  $f_L$  e  $f_H$ , perché sotto e sopra tali frequenze, in genere, il trasformatore non viene usato. Bene, se

$(R_s + r_1) \approx n^2 \cdot (R_L + r_2)$  e  $k^2 L_1 > 10 \cdot (1 - k) \cdot L_1$ , ciò che si verifica quasi sempre, se gli avvolgimenti sono sullo stesso nucleo, perché in tal caso  $k = 1$ , allora,  $f_L$  e  $f_H$  sono dati, con una precisione migliore del 5%, dalle formule seguenti:

$$f_L = \frac{(R_s + r_1) \cdot (R_L + r_2) n^2}{2 \pi [R_s + r_1 + n^2 \cdot (R_L + r_2)] k^2 L_1}$$

$$f_H = \frac{R_s + r_1 + n^2 \cdot (R_L + r_2)}{[2 \pi (1 - k^2) L_1]}$$

come detto, quindi, queste sono le frequenze limite di utilizzo pratico del trasformatore.

Ora che ne abbiamo parlato in dettaglio, vediamo di fare qualche esempio pratico per fissare le idee:

a) Supponiamo di voler costruire un trasformatore che adatti un carico ( $R_L$ ) di  $50 \Omega$  ad un generatore ( $R_s$ ) di  $5 k\Omega$ , cioè dia massimo trasferimento di potenza, con una banda di utilizzo che va da  $50 kHz$  a  $5 MHz$ .

Soluzione:

Sfruttiamo prima la richiesta riguardante la banda di utilizzo:

$$f_L = \frac{(R_s + r_1) \cdot (R_L + r_2) n^2}{2 \pi [R_s + r_1 + n^2 (R_L + r_2)] k^2 L_1} = 50 \text{ kHz}$$

$$f_H = \frac{R_s + r_1 + n^2 \cdot (R_L + r_2)}{2 \pi (1 - k^2) L_1} = 5 \text{ MHz}$$

facciamo ora delle semplificazioni intelligenti: se operiamo a frequenze di questo tipo, le resistenze  $r_1$  e  $r_2$ , che tengono conto delle resistenze del filo di avvolgimento, sia ohmiche che per effetto pelle alle frequenze più alte,

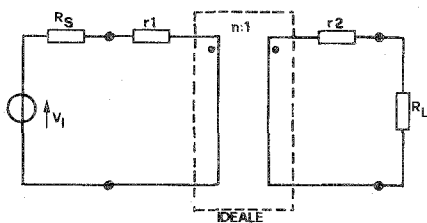


Fig. 4 - Circuito equivalente semplificato rispetto alla figura 3, per la banda di frequenza in cui  $L_a$  è un corto circuito e  $L_b$  un circuito aperto.

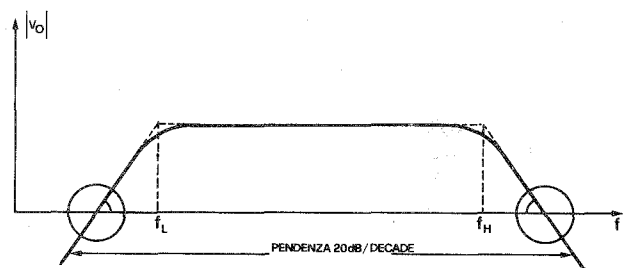


Fig. 6 - Risposta in frequenza di un trasformatore reale.

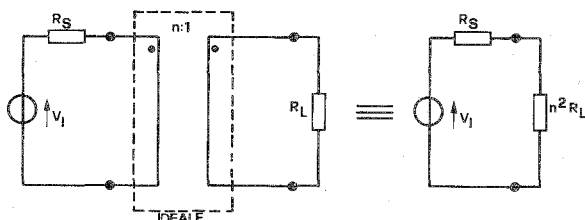


Fig. 5 - Circuito equivalente a centro banda ( $R_L$  e  $R_s$  molto maggiori delle resistenze dei rispettivi avvolgimenti).

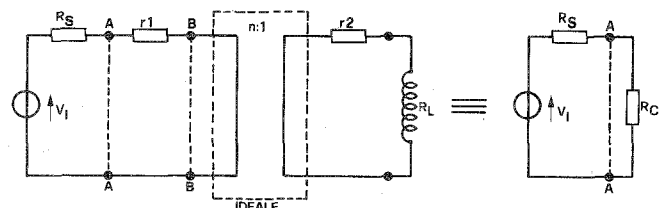


Fig. 7 - Circuito equivalente per l'esempio citato nel testo.

saranno comunque basse; in ogni caso paragonandole a  $R_L$  e  $R_s$ , non è difficile convincersi che  $r_1 \ll R_s$  e  $r_2 \ll R_L$ , quindi potremo trascurarle.

In tal caso, volendo noi il massimo trasferimento di potenza, dovrà essere

$$n^2 = \frac{R_s}{R_L} = \frac{5 \text{ k}\Omega}{50 \Omega} = 100$$

Allora, dalle formule di  $f_L$  e  $f_H$ , avendo eliminato  $r_1$  e  $r_2$  per quanto detto prima, si ha

$$k^2 L_1 = \frac{R_s \cdot R_L \cdot n^2}{[2 \pi \cdot f_L \cdot (R_s + n^2 R_L)]} = \frac{5 \text{ k}\Omega \cdot 50 \Omega \cdot 100}{2 \pi \cdot 50 \text{ kHz} \cdot [5 \text{ k}\Omega + 100 \cdot 50 \Omega]} = 7,95 \text{ mH}$$

$$(1 - k^2) L_1 = \frac{R_s + n^2 R_L}{2 \pi f_H} = \frac{5 \text{ k}\Omega + 100 \cdot 50 \Omega}{2 \pi \cdot 5 \text{ MHz}} = 318 \mu\text{H}$$

e quindi, ponendo il risultato della prima nella seconda, si ottiene:

$$L_1 - k^2 L_1 = 318 \mu\text{H} \Rightarrow L_1 - 7,95 \text{ mH} = 318 \mu\text{H} \Rightarrow L_1 = 8,27 \text{ mH}$$

$$k^2 L_1 = 7,65 \text{ mH} \Rightarrow k^2 \cdot 8,27 \text{ mH} = 7,65 \text{ mH} \Rightarrow k =$$

$$= \sqrt{\frac{7,65 \text{ mH}}{8,27 \text{ mH}}} = 0,962$$

$$L_2 \text{ si racava dall'espressione } n = k \cdot \sqrt{\frac{L_1}{L_2}};$$

$$L_2 = \frac{k^2 L_1}{n^2} = \frac{0,962 \cdot 8,27 \text{ mH}}{100} = 80 \mu\text{H}$$

Riassumendo i risultati:

$$n = 10$$

$$k = 0,962$$

$$L_1 = 8,27 \text{ mH}$$

$$L_2 = 80 \mu\text{H}$$

b) Come secondo esempio, supponiamo ora di voler far vedere al nostro generatore, cioè ai terminali di ingresso del trasformatore, la resistenza trasformata dal carico  $R_L$  uguale a  $R_s$ .

Potrebbe essere questo il caso in cui si vuole adattamento perfetto tra generatore e carico, ad esempio se stessimo usando le frequenze più alte, vicino alle microonde, per non avere onde stazionarie nei cavi di collegamento tra generatore e trasformatore. Supponiamo che i dati del nostro problema siano i seguenti: conosciamo  $L_1 = 1 \text{ H}$ , abbiamo calcolato  $r_1 = 100 \Omega$  e  $r_2 = 0,5 \Omega$  rispettivamente,  $k = 0,98$ , mentre il carico sia  $R_L = 8 \Omega$ , e la resistenza equivalente al generatore,  $R_s = 3200 \Omega$ .

Vogliamo sapere  $L_2$ ,  $n$ ,  $f_L$  e  $f_H$ . Soluzione:

Tenendo presente la figura 4, le richieste del problema sono equivalenti a dire che deve aversi come circuito equivalente finale quello di figura 7 ove con  $R_c$  si è indicata la resistenza  $R_L$  trasformata, cioè  $R_c = R_s = 3200 \Omega$ .

Notiamo che è possibile trasformare il circuito equivalente di figura 7, a destra, in quello di figura 8 nella quale è posta in evidenza  $r_1$  e, al fine di vedere a destra della soluzione A-A una resistenza sempre pari a  $R_c$ , occorre porre la resistenza a destra di B-B pari a  $(R_c - r_1)$ , cioè il trasformatore ideale deve trasformare  $(R_L + r_2)$  in  $(R_c - r_1)$ , ossia  $8,5 \Omega$  in  $3100 \Omega$ . Allora:

$$n = \sqrt{\frac{(R_c - r_1)}{(R_L + r_2)}} = \sqrt{\frac{3100 \Omega}{8,5 \Omega}} = 19,1$$

$$\text{da } n = k \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \Rightarrow L_2 = \frac{k^2}{n^2} L_1 = \frac{(0,98)^2 \cdot 1 \text{ H}}{(19,1)^2} = 2,63 \text{ mH}$$

In questo caso

$$R_s + r_1 = 3300 \Omega \text{ e } n^2 \cdot (R_L + r_2) = 3100 \Omega, \text{ cioè}$$

$$R_s + r_1 \approx n^2 (R_L + r_2),$$

quindi le formule per  $f_L$  e  $f_H$  valgono, e si trova:

$$f_L = 265 \text{ Hz}$$

$$f_H = 25.725 \text{ Hz}$$

Si tratta evidentemente di un trasformatore per bassa frequenza, lo potevamo intuire anche dal valore elevato di  $L_1 = 1 \text{ H}$ .

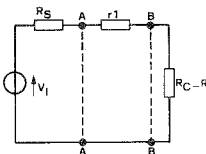


Fig. 8 - Altro circuito equivalente relativo all'esempio sviluppato nel testo.

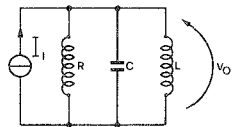


Fig. 9 - Circuito risonante LC con resistenza in parallelo.

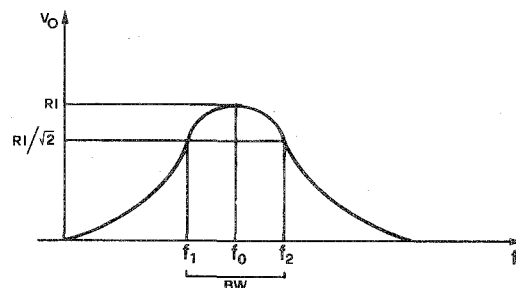


Fig. 10 - Andamento della tensione d'uscita del circuito di figura 9 al variare della frequenza.

### Circuito RLC parallelo

Lo schema elettrico di tale circuito è rappresentato in figura 9 ove son messi in evidenza il generatore di corrente sinusoidale, la capacità, l'induttanza e la resistenza complessiva, equivalente del generatore di corrente ed altre eventuali resistenze in parallelo al circuito. Definiamo i seguenti termini:

$$Q_T = \frac{R}{2 \pi f_o L} = 2 \pi f_o RC = \frac{f_o}{BW}$$

con BW = larghezza di banda a - 3 dB

$$f_o = \frac{1}{2 \pi \sqrt{LC}}$$

Come noto, l'andamento della tensione di uscita  $|V_o|$  al variare della frequenza della corrente  $I_i$  del generatore è quello di figura 10, ove si è indicato con BW =  $(f_2 - f_1)$  la larghezza di banda (a - 3 dB) del circuito risonante. \* Esiste una relazione che lega  $f_o, f_1, f_2$ :

$$f_o = \sqrt{f_1 \cdot f_2}$$

Alla frequenza di risonanza  $f_o$ , il circuito si presenta come una pura resistenza di valore R. A frequenze inferiori si fa sentire l'influenza di L che cortocircuita il segnale; a frequenze superiori è C che si comporta in modo analogo. E' chiaro quindi che convenga utilizzare questo circuito con un  $Q_T$  sufficientemente elevato, cioè con banda stretta, tutte le volte che interessi attenuare notevolmente le frequenze al di sopra o al di sotto di  $f_o$  (armoniche di oscillatori, frequenze fondamentali e armoniche in uno stadio moltiplicatore), mentre nel caso che in ingresso vi sia un segnale avente una certa banda (segnali modulati in ampiezza, SSB, in frequenza ecc.), occorrerà scegliere per  $Q_T$  un valore minore di  $Q_{TM} = \frac{BW}{f_o}$  al fine di

non attenuare le frequenze utili che cadrebbero altrimenti al di sopra e al di sotto di  $f_2$  e  $f_1$ .

### Circuito risonante parallelo LC con perdite in serie

Lo schema equivalente in questo caso è quello di figura 11, per perdite in serie a L, mentre di figura 12 se in serie a C. Definiamo ora:

$$Q_L = \frac{2 \pi f_o L}{r_1}$$

$$Q_C = \frac{1}{2 \pi f_o C r_2}$$

E' possibile dimostrare che se  $Q_L > 10$  e  $Q_C > 10$  si possono trasformare, al fine di compiere calcoli in maniera più semplice, gli schemi di fig. 11, fig. 12 rispettivamente in figura 13 e figura 14, ove con  $R_{eq}$  si è indicata la resistenza equivalente parallelo, della r serie.  $R_{eq}$  vale in questo caso:

$$R_{eqL} = Q_L^2 \cdot r_1 \quad ; \quad R_{eqC} = Q_C^2 \cdot r_2$$

Se, sia L che C, presentano una resistenza di perdita in

\* (Ricordiamo che  $f_1$  e  $f_2$  sono le frequenze alle quali  $V_o$  è pari a  $1/\sqrt{2}$  volte la  $V_o$  a  $f_o$ ).

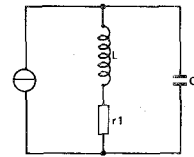


Fig. 11 - Circuito risonante con perdite nella bobina dell'induttore.

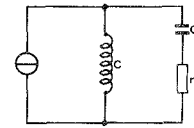


Fig. 12 - Circuito risonante con perdite nella capacità.

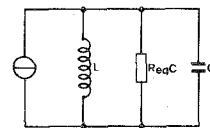


Fig. 13 - Schema equivalente del circuito di figura 11 con  $Q_L > 10$ .

serie, e si ha che  $Q_L$  e  $Q_C$  sono entrambi maggiori di 10, tutto funziona come se vi fossero una  $R_{eqL}$  e una  $R_{eqC}$  in parallelo.

a) Per mostrare una applicazione di questi concetti, supponiamo di voler determinare i valori di  $r_1, L, C$  per un circuito del tipo di figura 11, tale che alla risonanza  $f_o = 16$  MHz presenti una resistenza di valore 1000  $\Omega$ , con una larghezza di banda BW = 800 kHz.

Soluzione:

In questo caso il  $Q_T$  del circuito equivalente del tipo di figura 13 vale:

$$Q_T = \frac{R_{eqL}}{2 \pi f_o L} = \frac{f_o}{BW} = \frac{16 \text{ MHz}}{800 \text{ kHz}} = 20$$

Poiché in questo caso l'unica resistenza nel circuito è quella in serie a L, si ha che  $Q_L = Q_T$  e quindi volendo una  $R_{eqL} = 1000 \Omega$ , deve essere:

$$R_{eqL} = Q_L^2 \cdot r_1 = 1000 \Omega \Rightarrow r_1 = \frac{1000 \Omega}{Q_L^2} = \frac{1000 \Omega}{(20)^2} = 2,5 \Omega, \text{ inoltre,}$$

$$BW = \frac{f_o}{Q_L} = \frac{r_1}{2 \pi L} \Rightarrow L = \frac{r_1}{2 \pi BW} = \frac{2,5}{2 \pi \cdot 800 \text{ kHz}} \approx 500 \text{ nH}$$

Ora, calcolando C, per avere la risonanza a 16 MHz,

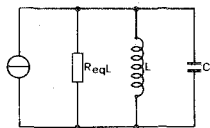


Fig. 14 - Schema equivalente del circuito di figura 12 con  $Q_L > 10$ .

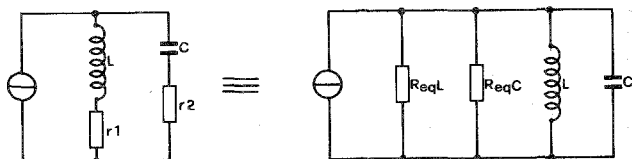


Fig. 15 - Circuito con perdite sia nell'induttore che nel condensatore.

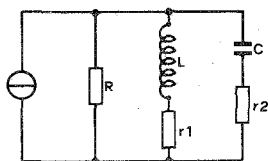


Fig. 16 - Circuito relativo all'esempio sviluppato nel testo.

$$C = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 \cdot L}$$

$$= \frac{1}{(2\pi \cdot 16 \text{ MHz})^2 \cdot 500 \text{ nH}} \approx 200 \text{ pF}$$

b) Consideriamo un circuito come in figura 16, con in parallelo al generatore un ulteriore resistore  $R = 2 \text{ k}\Omega$ , sia inoltre  $L = 10 \mu\text{H}$ ,  $r_1 = r_2 = 2,5 \Omega$ ,  $C = 1000 \text{ pF}$ . Vogliamo determinare  $f_0$ , BW e  $Q_T$ .

Soluzione:

In questo caso abbiamo:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} \approx 1,6 \text{ MHz}$$

$$Q_C = \frac{1}{2\pi f_0 \cdot C \cdot r_2} = 40$$

$$Q_L = \frac{1}{r_1} = 40$$

Poiché sia  $Q_C$  che  $Q_L$  sono maggiori di 10, possiamo applicare la trasformazione di figura 15 ottenendo:

$$R_{eqL} = R_{eqC} = Q^2 \cdot r_1 = 40^2 \cdot 2,5 \Omega = 4 \text{ k}\Omega$$

Calcoliamo la resistenza totale parallelo

$$R_{tot} = R \parallel R_{eqL} \parallel R_{eqC} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R_{eqL}} + \frac{1}{R_{eqC}}} = 1 \text{ k}\Omega$$

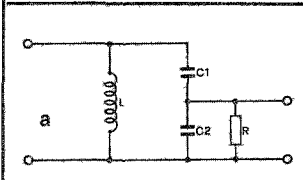
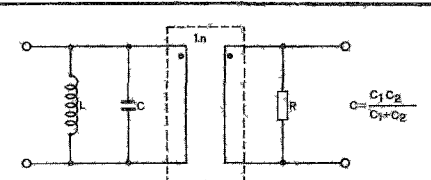
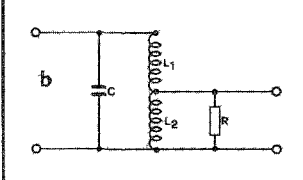
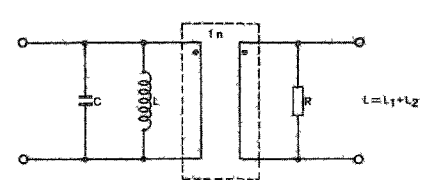
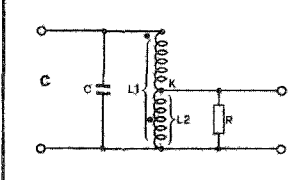
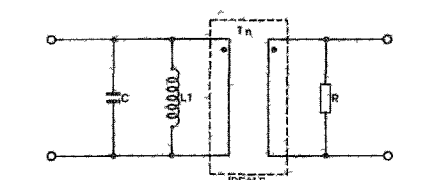
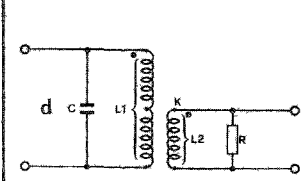
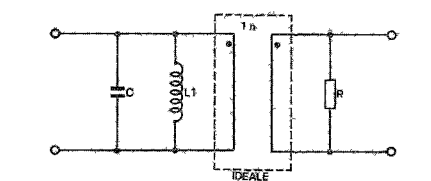
TABELLA 1		n	f <sub>0</sub>	Q <sub>T</sub>	Q <sub>E</sub>
		$\frac{C_1}{C_1 + C_2}$	$\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$	$\frac{2\pi f_0 CR}{n^2}$	$2\pi f_0 (C_1 + C_2) R$
		$\frac{L_2}{L_1 + L_2}$	$\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$	$\frac{2\pi f_0 CR}{n^2}$	$\frac{(L_1 + L_2) R}{2\pi f_0 L_1 L_2}$
		$\frac{M}{L_1}$ $M = k\sqrt{L_1 L_2}$	$\frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C}}$	$\frac{2\pi f_0 CR}{n^2}$	$\frac{R}{2\pi f_0 L_2 (1 - k^2)}$
		$\frac{M}{L_1}$ $M = k\sqrt{L_1 L_2}$	$\frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C}}$	$\frac{2\pi f_0 CR}{n^2}$	$\frac{R}{2\pi f_0 L_2 (1 - k^2)}$

Tabella 1 - Circuiti risonanti in parallelo con partitore induttivo o capacitivo.

(|| significa «in parallelo»)

$R_{tot}$  si ottiene più facilmente notando che vi sono due resistenze in parallelo di  $4\text{ k}\Omega$  che danno complessivamente  $2\text{ k}\Omega$ , e questa, a sua volta in parallelo con la  $R = 2\text{ k}\Omega$ , dà una resistenza totale in parallelo di  $1\text{ k}\Omega$ . Infine:

$$Q_T = 2\pi f_0 C R_{tot} = 10$$

$$f_0$$

$$BW = \frac{f_0}{Q_T} \approx 160\text{ kHz}$$

### Circuito risonante parallelo con partitore induttivo o capacitivo

Questi circuiti si semplificano in un modo simile a quanto visto nel precedente paragrafo. Poiché non vi è gran che di nuovo o di diverso da notare in proposito, riportiamo di seguito gli schemi dei circuiti reali e dei loro circuiti equivalenti con le condizioni che devono essere rispettate affinché questi ultimi valgano (Tabella 1).

La differenza tra i circuiti di Tabella 1/b e 1/c è che, nel primo, le due induttanze  $L_1$  e  $L_2$  non sono accoppiate

magneticamente, cioè sono fisicamente separate, mentre nel secondo caso sono accoppiate, possono cioè essere avvolte, ad esempio, sullo stesso nucleo, come nel caso di un trasformatore,

### Conclusione

Abbiamo in quest'articolo analizzato alcuni tra i più usati circuiti di accoppiamento tra stadi a RF; quello a trasformatore, per banda larga e a circuito risonante, per banda stretta. Abbiamo inoltre fornito degli utili circuiti equivalenti nel caso di circuiti risonanti con partitori induttivi o capacitivi assai usati nella pratica. Tutti i circuiti equivalenti presentati trovano largo uso nell'analisi e nella progettazione di qualunque circuito lavorante ad alte frequenze. Si ritiene così di avere fornito un utile strumento di lavoro agli appassionati delle RF che non si sono lasciati spaventare eccessivamente dalle formule matematiche presentate: si è cercato di semplificare al massimo ogni espressione, compatibilmente con la complessità dell'argomento trattato.